Exercice 1

Montrer les égalités suivantes pour tous booléens x et y .

1. x Et $y =$ Non(Non(x) ou Non(y))
2. x ou $y =$ Non (Non(x) Et Non(y))

Exercice 2

Démontrer la propriété algébrique suivante :

Pour tout a dans $\mathcal{B} = \{0, 1\}$: $a + a.b = a$.
On utilisera deux manières:

- Les tables de vérité des opérateurs ET, OU.
- Les propriétés algébriques (voir cours)

Exercice 3(Lois de Morgan)

Vérifier les égalités:

- Non (a OU b) = Non(a) ET Non(b)
- Non (a ET b) = Non(a) OU Non(b)

Exercice 4

L'implication logique $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ est le booléen $Non(\mathcal{P})\ OU\ \mathcal{Q}$

1. Donner la table de vérité de l'implication logique.
2. Écrire une fonction $implique(p, q)$ en Python qui retourne $NON(p)\ OU\ q$, p et q étant deux booléens.

Exercice 5

L'équivalence logique $\mathcal{P} \Leftrightarrow \mathcal{Q}$ est le booléen $(\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q})\ ET\ (\mathcal{Q} \Rightarrow \mathcal{P})$

1. Donner la table de vérité de l'équivalence logique.
2. Montrer en utilisant les propriétés algébriques des opérations + et . :
   $x \Leftrightarrow y = \bar{x}.\bar{y} + x.y$, pour tous x, y dans $\mathcal{B}$.
3. Écrire en Python une fonction $equivalence(p, q)$ qui retourne la valeur booléenne correspondante , p et q étant deux booléens.

Exercice 6

On donne ci-dessous la table de vérité de l'opérateur booléen $NAND$

x	y	$NAND$(x,y)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table 1: *fonction NAND*

1. Montrer que NAND(x,x)= NON(x) et NAND(x,y)= NON(x ET y)
2. Ecrire en Python une fonction *nand(a,b)* a,b dans $\mathcal{B}$ et qui renvoie NAND(a,b).

Exercice 7

1. Écrire une fonction Python Table_Verite qui prend en argument une fonction booléenne de deux variables et retourne sa table de vérité sous la forme d'une liste de deux listes de deux booléens. Par exemple la table de vérité de ET est de la forme [[0, 0], [0, 1]].
2. Écrire une fonction afficher_Table qui affiche une table de vérité .